

Thermo SIE GC 2021

Examen 2021

1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	0	0	0	0	0

Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

Instructions :

- Vérifier que votre nom et numéro sciper sont corrects
- Le cahier ne doit pas être dégraffé, les pages ne doivent pas être séparées. Les brouillons ne seront pas ramassés. Seul le cahier est ramassé et corrigé
- Ne pas ajouter de feuilles sur papier libre. Elles ne seront pas scannées et donc pas corrigées
- Des cadres libres ont été ajoutés à la fin des exercices et du feuillet, en cas de nécessité
- Le ramassage des copies se fait uniquement à la table, même pour les départs anticipés

Dans tous les problèmes, sauf indication contraire, les résultats sont à exprimer en fonction des données fournies et des constantes physiques connues. Chaque réponse doit être justifiée dans le cadre prévu à cet effet.

L'examen comporte 24 pages avec 3 exercices, numérotés de 1 à 3.
Le nombre de points maximum pour cet examen est de 50 points.

Seul document autorisé: un formulaire manuscrit A4 recto-verso. Pas de calculatrice. Pas de téléphone.

Beaucoup des questions sont conceptuelles ou bien nécessitent très peu de calculs et sont indépendantes les unes des autres. On pourra admettre la solution d'une question donnée dans l'énoncé pour résoudre les questions suivantes.



This page is left blank intentionally

La Bougie de Lavoisier (11 points)

Notation et variables utilisées (liste non exhaustive)

ρ : Masse volumique de l'eau : 10^3 kgm^{-3}

g : Accélération de la pesanteur : 10 ms^{-2}

P_{atm} : Pression atmosphérique : 10^5 Pa

P : Pression du gaz dans le verre

T_0 : Température ambiante : 300 K

h : Différence de hauteur entre la surface de l'eau dans le récipient et dans le verre.

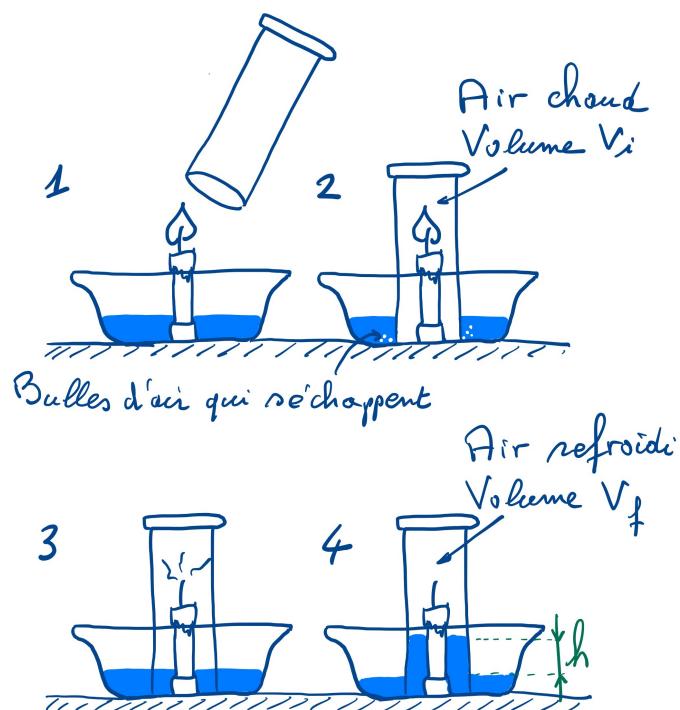
V_i : Volume initial de gaz dans le verre

V_f : Volume final de gaz dans le verre

V : Volume de gaz dans le verre

Dans tout le problème on suppose que tous les gaz se comportent comme des gaz parfaits et on néglige la pression partielle de vapeur de l'eau.

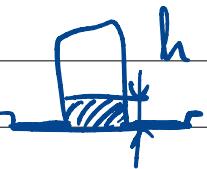
Depuis l'antiquité on connaît l'expérience suivante : On pose une bougie allumée dans un récipient dont le fond contient de l'eau. On recouvre la bougie avec un verre jusqu'à ce que le bord trempe dans l'eau. Après quelques secondes, la bougie s'éteint et de l'eau est aspirée dans le verre jusqu'à emplir environ 1/5 (20 %) du volume initial, V_i , de gaz (voir dessin). Cette expérience porte le nom de bougie de Lavoisier car il est le premier à en avoir donné l'interprétation correcte.



L'air est constitué pour 80 % de molécules d'azote N_2 et de 20 % de molécules d'oxygène O_2 . Au début et à la fin de l'expérience la température est uniforme et égale à la température ambiante T_0 .

- 1a Montrer que, avec une bonne approximation, on peut considérer que la pression dans le verre est égale à la pression atmosphérique : $P \approx P_{\text{atm}}$.

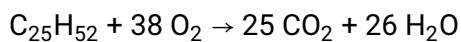
1



Selon la loi de l'hydrostatique
 $P = P_{\text{atm}} - \rho g h$

or $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$ et $h \approx 1 \text{ cm}$
 donc $\rho g h \approx 10^2 \text{ Pa} \ll P_{\text{atm}}$

La réaction de combustion dans la flamme de la bougie est :



Une explication que l'on trouve couramment, encore maintenant, est que la diminution de 20 % du volume de gaz dans le verre correspond à l'oxygène qui a été consommé lors de la combustion de la bougie, puisque l'air contient 20 % d'oxygène.

2

- 1b Expliquez pourquoi cette explication est incorrecte.

Lors de la combustion 38 molles de O_2 donnent 25 molles de CO_2 + 26 de H_2O .

Si l'eau reste dans forme liquide l'oxygène a été remplacé par un volume plus grand.

Si l'eau produite finit dans forme liquide le volume diminue mais dans une plus petite quantité.

En fait lorsque l'on pose le verre sur la bougie allumée on ne contrôle pas vraiment la quantité d'air emprisonné ni sa température. Lorsque l'on procède ainsi, le volume commence d'abord par augmenter à cause de l'élévation de la température et des gaz de combustion produits, et, du gaz s'échappe et $V \approx V_i$.

- 2
1c Exprimer la température, T , du gaz lorsque la bougie s'éteint, en fonction de T_0 et des volumes initial et final V_i et V_f . On supposera que le nombre de moles de gaz dans le verre est constant.

$$1,5 \quad T = T_0 \frac{V_i}{V_f}$$

$$0,5 \quad \text{AN: } T = 300 \times \frac{1}{5/8} = 300 \times \frac{8}{5} = 375 \text{ K} (\approx 100^\circ\text{C})$$

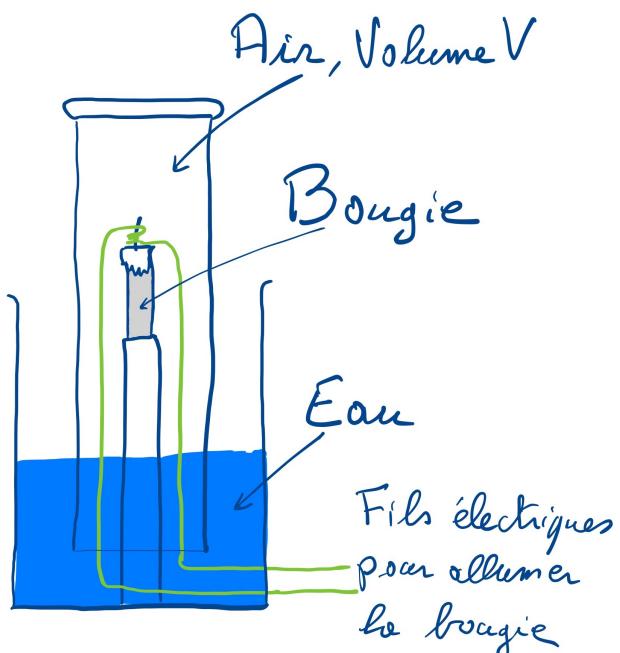
Quand la bougie s'éteint on a emprisonné
un volume V_i à la température T et à $P=P_{\text{atm}}$

Il refroidit à $P=\text{const}$ et $n=\text{const}$

donc $P_{\text{atm}}V_i = nRT$ et $P_{\text{atm}}V_f = nRT_0$

$$\Rightarrow T = T_0 \frac{V_i}{V_f}$$

On refait l'expérience de manière mieux contrôlée en allumant la bougie avec un dispositif électrique après avoir positionné le verre. Le récipient est suffisamment long pour que l'air ne puisse pas s'échapper.



- 1d Si la combustion est complète (tout l'oxygène est consommé) à quelle variation de volume devrait on s'attendre ? On supposera que toute la vapeur d'eau produite s'est condensée en eau liquide.

2
 $V_f/V_i = 0,93$

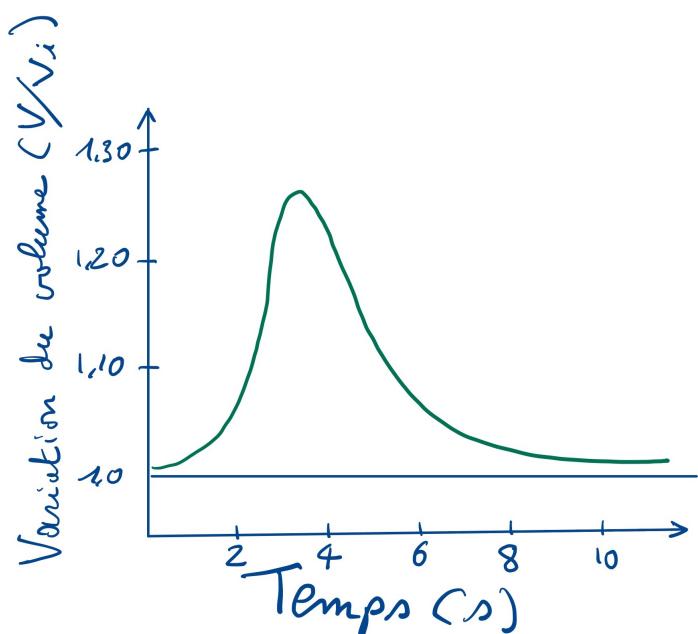
Si tout l'oxygène est consommé et l'eau condensée sous forme liquide dans une mole de O_2 est remplacée par $\frac{27}{38}$ moles

Le volume de O_2 compte pour $\frac{1}{5}$ du volume dans l'air

Donc le volume varie de

$$0,8 + 0,2 \times \frac{27}{38} = 0,93 \text{ soit } -7\%$$

Dans la pratique la variation du volume au cours du temps suit l'évolution décrite sur le dessin. Le volume commence par augmenter puis quand la bougie s'éteint il diminue et revient presque à la valeur initiale.



- 1e Expliquer l'augmentation initiale du volume puis sa décroissance.

1 - L'augmentation de la température

1 - L'augmentation du nombre de molécules de gaz - La température est élevée et l'eau est encore sous forme liquide

- 1f Pour quelles raisons le volume final ne diminue pas autant que ce l'on attendait ?

1,5 - La combustion n'est pas complète, il reste de l' O_2

0,5 - Lors de la combustion incomplète la combustion produit moins de mols de CO_2 , soit deux mols de CO pour ceux de O_2

Rq: Historiquement pour montrer que la combustion était incomplète et qu'il restait de l'oxygène, Lavoisier a enfermé une souris et constaté qu'elle continuait à respirer.

1g Case supplémentaire. N'utiliser qu'en cas de nécessité.



Le souffle de la baleine (21 points)

Notation et variables utilisées (liste non exhaustive)

ρ : Masse volumique de l'eau : 10^3 kgm^{-3}

g : Accélération de la pesanteur : 10 ms^{-2}

P_{atm} : Pression atmosphérique : 10^5 Pa

P : Pression du gaz dans les poumons de la baleine

T_0 : Température ambiante de l'air : $13 \text{ }^{\circ}\text{C}$

T_b : Température interne de la baleine : $37 \text{ }^{\circ}\text{C}$

On prendra $T_0 \text{ }^{\circ}\text{C} = 273 \text{ K}$

z : Profondeur

V : Volume des poumons de la baleine à la surface

P : Pression du gaz dans les poumons de la baleine

V_{in} : Volume d'air inhalé par la baleine

V_a : Volume des poumons de la baleine en profondeur

h : Humidité de l'air dans les poumons de la baleine

P_{sat} : Pression de vapeur saturante de l'eau entre 0 et $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$

$P_{\text{sat}} = (a + bT) \text{ Pa}$, avec $a = 531 \text{ Pa}$ et $b = 86 \text{ Pa}/{}^{\circ}\text{C}$ et T exprimée en ${}^{\circ}\text{C}$

γ : Coefficient adiabatique de l'air

γ_{eau} : Coefficient adiabatique de l'eau

T_{exp} Température de l'air expiré

V_{exp} Volume de l'air expiré

Dans tout le problème on suppose que tous les gaz se comportent comme des gaz parfaits.

Contrairement à une croyance très répandue, lorsqu'une baleine remonte à la surface pour respirer, le souffle bien connu qui ressemble à un jet d'eau n'est pas causé par de l'eau liquide crachée par la baleine. Dans ce problème, nous allons voir ce qui se produit.



Une baleine à la surface de l'océan a inspiré un volume V_{in} d'air à la température ambiante T_0 . La baleine est un animal à sang chaud et sa température interne, T_b , est constante, ainsi que la température de l'air dans ses poumons.

①

- 2a Quel est le volume d'air dans les poumons de la baleine, une fois celui-ci réchauffé à la température de la baleine. La pression de l'air dans les poumons est toujours égale à P_{atm} .

$$V = \frac{T_b}{T_0} V_{in}$$

$V_{in} \text{ à } T_0 \text{ est } P_{atm} V_{in} = nRT_0$

Ce gaz ne réchauffe à $P_{atm} = C_v$ $P_{atm}V = nRT_b$

$$\Rightarrow V = V_{in} T_b / T_0$$

①

- 2b La baleine plonge à une profondeur, z , de 390 m. Le volume de ses poumons est maintenant V_a . Exprimer et calculer le rapport V_a/V .

0,5 $V_a/V = P_{atm}/P$

0,5 AN : $V_a/V = \frac{1}{40}$

La baleine reste à la température T_b

À cette profondeur z la pression est

$$P = P_{atm} + \rho g z \text{ et } nRT_b = P_{atm}V = PV_a$$

$$\Rightarrow \frac{V_a}{V} = \frac{P_{atm}}{P}$$

$$P = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 390$$

$$= 40 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

La baleine reste un certain temps à cette profondeur. Pendant ce temps le processus de sa respiration génère du CO_2 et de la vapeur d'eau. Lorsqu'elle remonte à la surface l'air humide dans ses poumons (volume V et à P_{atm}) a un taux d'humidité de $h = 50\%$. La pression de vapeur saturante de l'eau suit la loi $P_{\text{sat}} = (a + bT) \text{ Pa}$, avec $a = 531 \text{ Pa}$ et $b = 86 \text{ Pa}/^\circ\text{C}$ avec T exprimée en $^\circ\text{C}$.

2c Quelle est la pression partielle de vapeur d'eau dans les poumons de la baleine.

$$P_{\text{eau}} = h P_{\text{sat}}(T_E)$$

$$\text{AN (ordre de grandeur uniquement)} : P_{\text{eau}} \approx 1860 \text{ Pa}$$

$$^1 \text{ par définition de } h \quad P_{\text{eau}} = h P_{\text{sat}}(T_E) \quad 0,5$$

$$P_{\text{eau}} = 0,5 (531 + 86 \cdot 37) \approx 1860 \text{ Pa} \quad 0,5$$

2d Exprimer la température de rosée, T_r , de l'air dans les poumons de la baleine.

$$T_r = (h-1) \frac{a}{b} + h T_E$$

$$\text{AN (ordre de grandeur uniquement)} : T_r \approx 14^\circ\text{C}$$

$^1 T_r$ est la température pour laquelle

$$P_{\text{sat}} = P_{\text{eau}} \quad \text{soit} \quad h P_{\text{sat}}(T_E) = P_{\text{sat}}(T_r)$$

$$h(a + b T_E) = a + b T_r$$

$$\Rightarrow T_r = \frac{1}{b} ((h-1)a + h b T_E) \quad 0,5$$

$$\approx -0,5 \frac{531}{86} + 0,5 \times 40 \approx 14^\circ\text{C} \quad 0,5$$

Note : calcul exact = 15°C

Pour expirer cet air et le renouveler par de l'air frais, la baleine comprime l'air dans ses poumons à un volume $V' = V/k$ ($k = 5$) et expulse tout l'air vigoureusement.

- 2e Que vaut le coefficient adiabatique, γ , pour l'air sec, composé de molécules d'azote et d'oxygène. Expliquer votre réponse.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{f+2}{f} = \frac{7}{5} = 1,4 \quad 0,5$$

molécule diatomique rigide 5 degrés de liberté (2 rotation + 3 translation) $) \quad 0,5$

$$C_v = \frac{f}{2} nR \quad \text{et} \quad C_p = \frac{f+2}{2} nR$$

- 1 2f Que peut on dire du coefficient adiabatique, γ_{eau} , de la vapeur d'eau. Justifier votre réponse.

$\gamma_{eau} < \gamma$

$\gamma_{eau} = \gamma$

$\gamma_{eau} > \gamma$

Il y a plus de degré de liberté de rotation et de vibration $f > 5$

Dans la suite du problème on considérera $\gamma_{air humide} = \gamma$.

- 2g En supposant que lors de l'expiration, la transformation est adiabatique et réversible. Calculer la température, T_{exp} , et le volume final, V_{exp} , de l'air expiré en fonction de V , T_b , k et γ . On donne $5^{2/7} = 0,63$.

$$1,5 \quad V_{exp}/V = h^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_{exp} = h^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_b$$

$$1,5 \quad \text{AN: } T_{exp} = e^{-\frac{0,4}{1,4}} \cdot 310 = 0,63 \times 310 = 195 \text{ K } (-78^\circ \text{C})$$

AP + adiabatique et réversible, on peut appliquer la loi de Laplace $Pv^\gamma = Cst$

$$V' = \frac{V}{h} \quad P' = h P_{atm} \quad \text{donc}$$

$$h P_{atm} \left(\frac{V}{h}\right)^\gamma = P_{atm} V_{exp}^\gamma$$

$$\Rightarrow V_{exp} = h^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} V$$

$$\begin{aligned} P_{atm} V_{exp} &= n R T_{exp} \\ h P_{atm} \frac{V}{h} &= n R T_b \end{aligned} \quad \Rightarrow T_{exp} = \frac{V_{exp}}{V} T_b$$

- 1h Calculez la variation d'entropie lors de cette transformation.

$$\Delta S = 0$$

adiabatique $\delta_{ad} = 0$
réversible $\delta_{ink} = 0$

③

- 2i En supposant que lors de l'expiration, la transformation est adiabatique et irréversible. Calculer la température, T'_{exp} , et le volume final, V'_{exp} , de l'air expiré en fonction de V , T_b , k et γ . On supposera que très peu de temps après la fin de la détente l'équation d'état du gaz redevient valable.

$$0,5 \quad V'_{exp}/V = T'_{exp}/T_b$$

$$2 \quad T'_{exp} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\gamma-1}{k} + 1 \right) T_b$$

$$0,5 \quad \text{AN (ordre de grandeur uniquement)}: T'_{exp} \approx 0,77 \times 310 = 239 \text{ K} (-34^\circ\text{C})$$

adiabatique : $Q=0$

on applique la forme générale du travail $Sw = -P_{ext} dV$

$$W = -P_{atm} (V_{exp} - \frac{V}{k})$$

$$\text{et le premier principe } \Delta U = Q + W = -P_{atm} (V_{exp} - \frac{V}{k})$$

$$\text{1er loi de Joule } \Delta U = C_v \Delta T = C_v (T'_{exp} - T_b)$$

$$C_p: h P_{atm} \times \frac{V}{h} = P_{atm} V = n R T_b$$

$$\text{et } P_{atm} V_{exp} = n R T'_{exp} \quad \text{donc}$$

$$-n R T'_{exp} + n R \frac{T_b}{k} = C_v (T'_{exp} - T_b)$$

$$\text{puis } \frac{C_v}{n R} = \frac{1}{\gamma-1} \quad \text{on en déduit}$$

$$T'_{exp} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\gamma-1}{k} + 1 \right) T_b \quad \text{et} \quad \frac{V'_{exp}}{V} = \frac{T'_{exp}}{T_b}$$

- 3) 2j) Exprimer l'entropie interne créée lors de cette transformation en fonction de T'_{exp} , T_b , R , n le nombre de moles de gaz et γ . Expliquez le calcul.

$$S_{\text{int}} = nR \ln \frac{\ln \frac{T_{\text{exp}}}{T_b}}{\gamma-1} + \frac{nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_{\text{exp}}}{T_b}$$

$$\Delta S = \underbrace{S_{\text{ch}}}_{1} + S_{\text{int}} = S_{\text{int}}$$

On fait le calcul de ΔS par un chemin reversible qui va de $(P_{\text{atm}}, \frac{V}{n}, T_b)$ à $(P_{\text{atm}}, V_{\text{exp}}, T_{\text{exp}})$

par exemple une isotherme à T_b puis isochore à V_{exp}

$$\text{isotherme } \delta Q = p dV \quad \Delta S_1 = \int_{V_b}^{V_{\text{exp}}} \frac{p dV}{T} = nR \int \frac{dV}{V} = nR \ln \frac{V_{\text{exp}}}{V_b} = nR \ln \frac{\ln \frac{T_{\text{exp}}}{T_b}}{\gamma-1}$$

$$\text{isochore } \delta Q = C_v dT \quad \Delta S_2 = nC_v \ln \int_{T_b}^{T_{\text{exp}}} \frac{dT}{T} = nC_v \ln \frac{T_{\text{exp}}}{T_b} = \frac{nR}{\gamma-1}$$

$$\text{et donc } S_{\text{int}} = nR \ln \frac{\ln \frac{T_{\text{exp}}}{T_b}}{\gamma-1} + \frac{nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_{\text{exp}}}{T_b}$$

$$\text{ou avec } \ln \frac{V_{\text{exp}}}{V_b}$$

$$1 \text{ avec } \frac{T_{\text{exp}}}{T_b} \text{ et } \gamma$$

②

- 2k Comparer les valeurs des températures finales prédictes avec la température de rosée. Conclure, que se passe t'il ?

1 T_{exp} et $T'_{exp} < T_r$

T_{exp} et $T'_{exp} > T_r$

1 De la vapeur d'eau condense. C'est l'origine du parache que l'on voit lorsque la bâche souffle

- 2l Sans faire de calcul que peut on dire la température finale de l'air expiré en tenant compte de la liquéfaction d'une partie de la vapeur d'eau en gouttelettes ? Justifier votre réponse.

2 La température est plus élevée que celle calculée initialement

La température est identique

La température est plus basse que celle calculée initialement

La température sera plus élevée car l'air aura été réchauffé par la chaleur libérée de la liquéfaction de l'eau.

per de points pour explication

2m Case supplémentaire. N'utiliser qu'en cas de nécessité.



Cycle irréversible (18 points)

Notation et variables utilisées (liste non exhaustive)

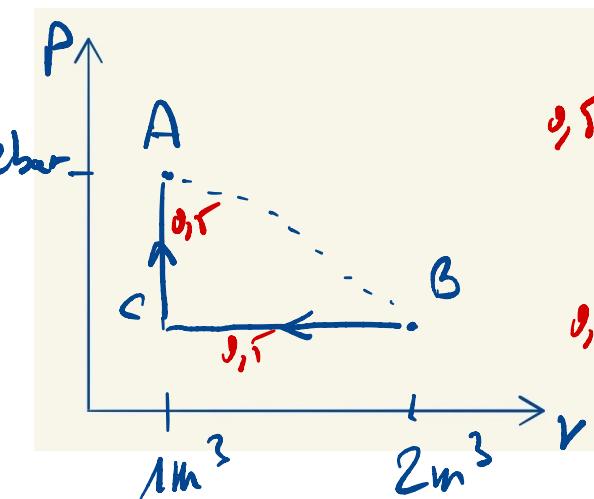
V_A : Volume de l'état A : 1 m^3
 P_A : Pression de l'état A : 2 bar
 T_A : Température de l'état A
 V_B : Volume de l'état B
 P_B : Pression de l'état B
 T_B : Température de l'état B : 2 m^3
 V_C : Volume de l'état C
 P_C : Pression de l'état C
 T_C : Température de l'état C
 f : Nombre de degrés de liberté des atomes du gaz (supposé constant)
 Q_{BC} : Chaleur échangée lors de la transformation de B à C
 Q_{CA} : Chaleur échangée lors de la transformation de C à A
 η : Rendement du cycle
 η_{\max} : rendement maximum
 γ : Coefficient adiabatique de l'air
 C_v : Capacité calorifique du gaz à volume constant.
 C_p : Capacité calorifique du gaz à pression constante.
 On prendra : 1 bar = 10^5 Pa

Note : aucune donnée ne manque pour résoudre ce problème.

Un gaz parfait monoatomique subit un cycle moteur ditherme (en contact avec deux thermostats) constitué d'une expansion adiabatique irréversible d'un état A de volume $V_A = 1 \text{ m}^3$, et pression $P_A = 2 \text{ bar}$ vers un état B de volume $V_B = 2 \text{ m}^3$, ensuite il subit une compression isobare réversible jusqu'à un état C puis une transformation isochore réversible jusqu'à l'état initial A. Au point B, le gaz est à l'équilibre thermodynamique.

3a Représentez le cycle ABCA sur un diagramme $p(V)$.

2



Explications :

0,5. AB n'est pas quasi statique, on ne peut pas la représenter ici
 0,5. m. \downarrow vers horizontale $\Rightarrow P_B < P_A$

Rq il n'ya que P_C que l'on ne connaît pas

- 2) 3b Lors de l'expansion adiabatique, la variation d'énergie interne de A à B vaut $\Delta U_{AB} = -0,9 \cdot 10^5 \text{ J}$, calculez la pression du gaz en C en fonction de V_A, P_A, V_B et ΔU_{AB} .

$$0,5 \quad P_C = \frac{1}{V_B} \left(\frac{2}{3} \Delta U_{AB} + P_A V_A \right)$$

$$0,5 \quad \text{AN: } P_C = \frac{1}{2} \left(-\frac{2}{3} \cdot 0,9 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5 \right) = 0,7 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0,7 \text{ bar}$$

premier principe de l'^{en} loi de Joule pour ce GP

$$\begin{aligned} \Delta U_{AB} &= C_V (T_B - T_A) = \frac{f}{2} n R (T_B - T_A) \quad (f=3) \\ &= \frac{f}{2} (P_B V_B - P_A V_A) \quad \text{or} \quad P_C = P_B \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P_C = \frac{1}{V_B} \left(\frac{2}{3} \Delta U_{AB} + P_A V_A \right)$$

- 3c Calculez les chaleurs échangées lors de l'isobare Q_{BC} et de l'isochore Q_{CA} en fonction de $f, V_A, P_A, V_B, P_B, V_C$ et P_C .

$$0,5 \quad Q_{BC} = \frac{3}{2} (P_C V_C - P_B V_B)$$

$$0,5 \quad Q_{CA} = \frac{3}{2} (P_A V_A - P_C V_C)$$

$$0,5 \quad \text{AN: } Q_{BC} = \frac{3}{2} (0,7 - 0,4) \cdot 10^5 = -1,05 \cdot 10^5 \text{ J} < 0$$

$$0,5 \quad \text{AN: } Q_{CA} = \frac{3}{2} (2 - 0,7) \cdot 10^5 = 1,95 \cdot 10^5 \text{ J} > 0 \quad (\approx 2 \cdot 10^5 \text{ J})$$

$$\begin{aligned} BC: \text{ isobare} \quad Q_{BC} &= C_p (T_C - T_B) = \frac{f+2}{2} n R (T_C - T_B) \\ &= \frac{5}{2} (P_C V_C - P_B V_B) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CA: \text{ isochore} \quad Q_{CA} &= C_V (T_A - T_C) = \frac{f}{2} n R (T_A - T_C) \\ &= \frac{3}{2} (P_A V_A - P_C V_C) \end{aligned}$$

②

3d Identifiez les chaleurs échangées avec la source chaude, Q_c , et avec la source froide, Q_f .

$$Q_c = Q_{CA}$$

$$Q_f = Q_{BC}$$

T_c est forcément le point le plus froid sur le diagramme

$$Q_{AB} = 0$$

$Q_{BC} < 0$ le système doit donner de la chaleur, il le fait avec le thermostat froid donc $Q_{BC} = Q_f$

$Q_{CA} > 0$ le système gagne de la chaleur, il ne peut la perdre que en échangeant avec le thermostat chaud $Q_{CA} = Q_c$

3e Exprimer le rendement, η , de ce cycle moteur.

$$0,5 \quad \eta = 1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{CA}}$$

$$0,5 \quad \text{AN (ordre de grandeur uniquement)} : \eta \approx 1 - \frac{1,75}{1,95} \approx 1 - \frac{1,8}{2} \approx 10\%$$

$$\eta = -\frac{W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{CA}}$$

2

- 3f Quel serait le rendement maximum, η_{\max} , possible ? Exprimer η_{\max} en fonction de P_C et P_A . Commentez.

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{P_C}{P_A}$$

✓ AN : $\eta_{\max} = 1 - \frac{0,7}{2} = 0,65$ qui est bien η

$$\eta_{\max} = \eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} \text{ or } T_{fr} = T_C \text{ et } T_{ch} = T_A$$

avec les données du problème on a $T_C < T_B < T_A$

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 1 - \frac{P_C V_C}{P_A V_A} \text{ or } V_C = V_A \text{ ✓}$$

- 3g Au lieu de connaître la variation d'énergie interne ΔU_{AB} , on connaît maintenant la variation d'entropie ΔS_{AB} . Exprimer la pression du gaz en C en fonction de C_p , C_v , V_A , P_A , V_B et ΔS_{AB} .

$$\ln(P_C/P_A) = \frac{\Delta S_{AB}}{C_v} - \gamma \ln \frac{V_B}{V_A}$$

On prend ce chemin réversible : $P_i \rightarrow P_f$ par isotherme $V_i \rightarrow V_f$

$$\delta Q_1 = C_v dT \quad \Delta S_1 = \int C_v \frac{dT}{T} = \int_{P_i}^{P_f} C_v \frac{dP}{P} = C_v \ln \frac{P_f}{P_i}$$

$$\delta Q_2 = C_p dT \quad \Delta S_2 = \int C_p \frac{dT}{T} = \int_{V_i}^{V_f} C_p \frac{dV}{V} = C_p \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Donc $\Delta S_{AB} = C_p \ln \frac{V_B}{V_A} + C_v \ln \frac{P_B}{P_A}$

or $P_B = P_C \Rightarrow \ln \frac{P_B}{P_A} = \frac{\Delta S_{AB}}{C_v} - \underbrace{\frac{C_p}{C_v} \ln \frac{V_B}{V_A}}_{\gamma}$

3

- 3h Montrez que pour une évolution adiabatique irréversible d'un gaz parfait la quantité PV^γ ne peut que croître. C'est à dire que $P_{fin}V_{fin}^\gamma = K P_{in}V_{in}^\gamma$ avec $K > 1$. Exprimez K en fonction de l'entropie interne créée, S_{int} , et C_v .

$$K = e^{\frac{S_{int}}{C_v}}$$

adielatique irréversible donc $\Delta S = S_{int}$

$$S_{int} = C_p \ln \frac{V_f}{V_i} + C_v \ln \frac{P_f}{P_i} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

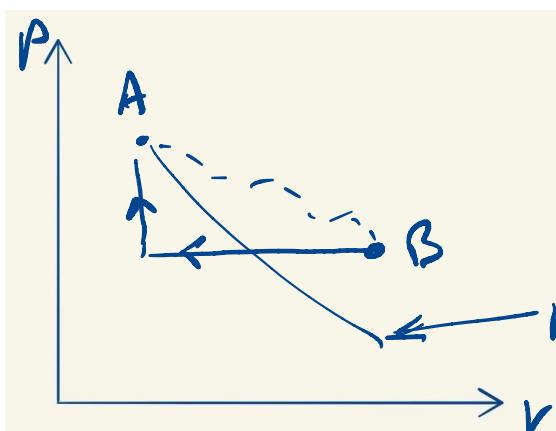
$$\Rightarrow C_v \frac{P_f}{P_i} + \gamma C_p \frac{V_f}{V_i} = \frac{S_{int}}{C_v}$$

$$\Rightarrow C_v \frac{P_f}{P_i} \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^\gamma = \frac{S_{int}}{C_v}$$

$$\Rightarrow P_f V_f^\gamma = e^{\frac{S_{int}}{C_v}} P_i V_i^\gamma \quad \text{comme } S_{int} > 0$$

$| \quad K = e^{\frac{S_{int}}{C_v}} > 1$

- 3i Sur le diagramme p(V) du cycle ABCA. Dessinez le cycle et l'allure de l'adiabatique réversible passant par le point A et positionnez correctement le point B par rapport à l'adiabatique réversible.



Explications :

0,5 B est au dehors de la courbe $pV^\gamma = C$

$$pV^\gamma = C$$

3j Case supplémentaire. N'utiliser qu'en cas de nécessité.



